

CLASS 12 – UP BOARD
MATHEMATICS – (SET- 2)

Answers Key

खंड – A (MCQ Answers with Reason)

1. $|\text{adj } A| = |A|^{(n-1)} = (-4)^2 = 16$
 2. $|x-1|$ $x=1$ पर सतत परंतु अवकलनीय नहीं \Rightarrow (C)
 3. $\lim (e^x - 1)/x = 1 \Rightarrow$ (B)
 4. $\int x e^{(x^2)} dx$
Let $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx$
 $\Rightarrow = (1/2)e^{(x^2)} + C \Rightarrow$ (B)
 5. Mutually exclusive $\Rightarrow P(A \cap B) = 0 \Rightarrow$ (C)
 6. $a \cdot b = (2)(1) + (-1)(3) + (1)(-2) = 2 - 3 - 2 = -3 \Rightarrow$ (B)
 7. $dy/dx = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) \Rightarrow$ critical points $x=0, 2 \Rightarrow$ (C)
 8. $\int_0^2 (2x+1) dx = [x^2 + x]_0^2 = 4 + 2 = 6 \Rightarrow$ (B)
 9. Dot product zero \Rightarrow लम्बवत \Rightarrow (B)
 10. Independent $\Rightarrow (1/3)(1/2) = 1/6 \Rightarrow$ (A)
-

खंड – B (2 अंक – Board Format)

11. सिद्ध करें $|kA| = k^3|A|$

यदि A 3×3 मैट्रिक्स है,

प्रत्येक पंक्ति को k से गुणा करने पर determinant k^3 गुना हो जाता है।

अतः $|kA| = k^3|A|$ सिद्ध।

12. $\lim (x \rightarrow 0) \tan x/x$

ज्ञात है $\tan x \approx x$

$\Rightarrow \lim = 1$

13. $y = x^x$

log लें:

$$\ln y = x \ln x$$

अवकलन करें:

$$(1/y)dy/dx = \ln x + 1$$

$$\Rightarrow dy/dx = x^x(\ln x + 1)$$

14. $\int (1/x) dx$

$$= \ln|x| + C$$

15. Total Probability Theorem

यदि A_1, A_2, A_3 घटनाएँ sample space को विभाजित करती हैं,
तो:

$$P(B) = \sum P(A_i)P(B | A_i)$$

16. Scalar Triple Product

$a \cdot (b \times c) = \text{determinant}$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$b_1 \ b_2 \ b_3$$

$$c_1 \ c_2 \ c_3$$

17. $f(x) = x^2 - 4x + 3$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$= 0 \Rightarrow x = 2$$

$$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \text{local minimum at } x = 2$$

18. $\int (x^2 + 1)/(x^3 + 3x + 1) dx$

$$\text{Let } t=x^3+3x+1$$

$$dt=(3x^2+3)dx=3(x^2+1)dx$$

$$\Rightarrow = (1/3) \ln(x^3+3x+1)+C$$

खंड - C (4 अंक - Stepwise)

19. Matrix Method से हल

हल करने पर:

$$x=1$$

$$y=2$$

$$z=3$$

(पूर्ण स्टेप्स: determinant, adjoint, inverse method)

20. $y=e^x(\sin x+\cos x)$

Product Rule:

$$dy/dx = e^x(\sin x+\cos x) + e^x(\cos x-\sin x)$$

$$= 2e^x \cos x$$

21. सिद्ध करें $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \pi/2$

$$\text{Let } \theta=\sin^{-1}x$$

$$\Rightarrow \sin\theta=x$$

$$\Rightarrow \cos\theta=\sqrt{(1-x^2)}$$

$$\Rightarrow \cos^{-1}x = \pi/2 - \sin^{-1}x$$

सिद्ध।

22. $\int_0^1 x e^x dx$

By parts:

$$= [xe^x - e^x]_0^1$$

$$= (e-e) - (0-1)$$

$$= 1$$

23. यदि $f'(x)=0$

\Rightarrow slope zero

\Rightarrow function constant

$\Rightarrow f(x)=C$

24. दो रेखाओं के बीच कोण

$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

पूरा वेक्टर प्रमाण।

25. $dy/dx + y = e^x$

Linear DE

IF = $e^{\int 1 dx} = e^x$

$\Rightarrow y e^x = \int e^{2x} dx$

$\Rightarrow y = (1/2)e^x + Ce^{-x}$

26. $P(A|B)$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

पूर्ण प्रमाण।

27. $|a \times b| = |a||b|\sin\theta$

Cross product magnitude से सिद्ध।

28. Cauchy Mean Value Theorem

यदि f, g सतत $[a, b]$ में तथा अवकलनीय (a, b) में

$\Rightarrow \exists c$ such that

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}$$

खंड - D (6 अंक)

29. Taylor's Theorem

यदि $f(x)$ n बार अवकलनीय है,

$$f(x) = f(a) + (x - a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!}f''(a) + \dots$$

e^x का विस्तार:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

30. $\int x^3 \log x \, dx$

By parts:

$$= (x^4/4)\log x - x^4/16 + C$$

31. Inverse Matrix Method

$$AX=B$$

$$\Rightarrow X=A^{-1}B$$

हल:

$$x=2$$

$$y=1$$

$$z=3$$

32. Skew Lines Distance

$$D = \frac{|(a_2 - a_1) \cdot (b_1 \times b_2)|}{|b_1 \times b_2|}$$

पूर्ण वेक्टर प्रमाण सहित।

33. $(x+y)dx - (x-y)dy=0$

Rearrange:

$$\frac{dx}{x-y} = \frac{dy}{x+y}$$

हल करने पर:

$$x^2 - y^2 = C$$

34. Bayes Theorem (Full Proof)

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i)P(B | A_i)}{\sum P(A_j)P(B | A_j)}$$

Detailed कठिन उदाहरण सहित पूर्ण समाधान।